















13.(a)  $A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$  හා  $C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$  යැයි ගනිමු; මෙහි  $a \in \mathbb{R}$  වේ.

$A^T B - I = C$  බව පෙන්වන්න; මෙහි  $I$  යනු ගණය 2 වන ඒකක න්‍යාසය වේ.

$C^{-1}$  පවතින්නේ  $a \neq 0$  ම නම් පමණක් බව ද පෙන්වන්න.

දැන්,  $a = 1$  යැයි ගනිමු.  $C^{-1}$  ලියා දක්වන්න.

$CPC = 2I + C$  වන පරිදි  $P$  න්‍යාසය සොයන්න.

(b)  $z, w \in \mathbb{C}$  යැයි ගනිමු.  $|z|^2 = z\bar{z}$  බව පෙන්වා, එය  $z - w$  ට යෙදීමෙන්

$|z - w|^2 = |z|^2 - 2\text{Re}z\bar{w} + |w|^2$  බව පෙන්වන්න.

$|1 - z\bar{w}|^2$  සඳහා ද එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා,  $|z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = -(1 - |z|^2)(1 - |w|^2)$  බව පෙන්වන්න.

$|w| = 1$  හා  $z \neq w$  නම්  $\left| \frac{z - w}{1 - z\bar{w}} \right| = 1$  බව අපෝහනය කරන්න.

(c)  $1 + \sqrt{3}i$  යන්න  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි  $r > 0$  හා  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  වේ.

$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^8$  බව දී ඇත; මෙහි  $m$  හා  $n$  ධන නිඛිල වේ.

ද මුඛාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්,  $m$  හා  $n$  හි අගයන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබා ගන්න.

14.(a)  $x \neq 3$  සඳහා  $f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$  යැයි ගනිමු.

$f(x)$  හි ව්‍යුත්පන්නය,  $f'(x)$  යන්න  $x \neq 3$  සඳහා  $f'(x) = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3}$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඒ නගින,  $f(x)$  වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා  $f(x)$  අඩු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$  හි හැරුම් ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$x \neq 3$  සඳහා  $f''(x) = \frac{18x}{(x-3)^4}$  බව දී ඇත.

$y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්පර්ශෝත්මුව, හැරුම් ලක්ෂ්‍යය හා නතිවර්තන ලක්ෂ්‍යය දක්වමින්  $y = f(x)$  හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

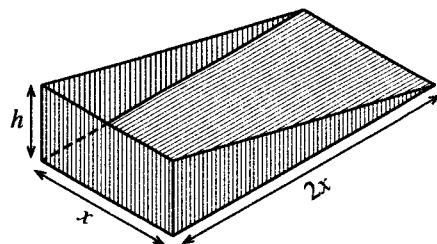
(b) යාබද රූපයෙන් දැවිලි එකතු කරනයක මිට රහිත කොටස දැක්වේ.

සෙන්ටිමීටරවලින් එහි මාන රූපයේ දැක්වේ. එහි පරිමාව  $x^2 h \text{ cm}^3$

යන්න  $4500 \text{ cm}^3$  බව දී ඇත.

එහි පෘෂ්ඨ වර්ගඵලය  $S \text{ cm}^2$  යන්න  $S = 2x^2 + 3xh$  මගින් දෙනු

ලැබේ.  $S$  අවම වන්නේ  $x = 15$  වන විට බව පෙන්වන්න.





15.(a) සියලු  $x \in \mathbb{R}$  සඳහා  $x^3 + 13x - 16 = A(x^2 + 9)(x + 1) + B(x^2 + 9) + 2(x + 1)^2$

වන පරිදි  $A$  හා  $B$  නියත පවතින බව දී ඇත.

$A$  හා  $B$  හි අගයන් සොයන්න.

එ නිසින්,  $\frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2 (x^2 + 9)}$  යන්න හින්න භාගවලින් ලියා දක්වා,

$$\int \frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2 (x^2 + 9)} dx \text{ සොයන්න.}$$

(b) කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන්,  $\int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx$  අගයන්න.

(c)  $a$  නියතයක් වන  $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$  සූත්‍රය භාවිතයෙන්,

$$\int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{එ නිසින්, } \int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{2\pi}{63} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

16.  $A \equiv (1, 2)$  හා  $B \equiv (3, 3)$  යැයි ගනිමු.

$A$  හා  $B$  ලක්ෂ්‍ය හරහා යන  $l$  සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එක එකක්  $l$  සමග  $\frac{\pi}{4}$  ක සුළු කෝණයක් සාදමින්  $A$  හරහා යන  $l_1$  හා  $l_2$  සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

$l$  මත ඕනෑම ලක්ෂ්‍යයක ඛණ්ඩාංක  $(1 + 2t, 2 + t)$  ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි  $t \in \mathbb{R}$  වේ.

$l_1$  හා  $l_2$  යන දෙකම ස්පර්ශ කරන හා කේන්ද්‍රය  $l$  මත වූ මුළුමනින්ම පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන අරය  $\frac{\sqrt{10}}{2}$  වන,  $C_1$  වෘත්තයේ සමීකරණය  $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$  බව ද පෙන්වන්න.

විෂ්කම්භයක අන්ත  $A$  හා  $B$  වූ  $C_2$  වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$C_1$  හා  $C_2$  වෘත්ත ප්‍රලම්බව ඡේදනය වේ දැයි තීරණය කරන්න.

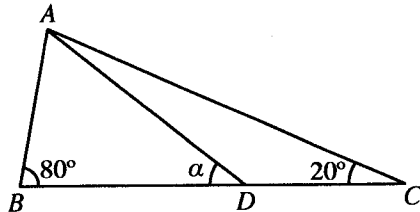
17. (a)  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\sin B$  හා  $\cos B$  ඇසුරෙන්  $\sin(A-B)$  ලියා දක්වන්න.

(i)  $\sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta$ , හා

(ii)  $2 \sin 10^\circ = \cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ$

බව අපෝහනය කරන්න.

(b) සුපුරුදු අංකනයෙන්,  $ABC$  ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.



රූපයේ දක්වා ඇති  $ABC$  ත්‍රිකෝණයේ  $\hat{A}BC = 80^\circ$  හා  $\hat{A}CB = 20^\circ$  වේ.  $D$  ලක්ෂ්‍යය  $BC$  මත පිහිටා ඇත්තේ  $AB = DC$  වන පරිදි ය.  $\hat{A}DB = \alpha$  යැයි ගනිමු.

සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය භාවිතයෙන්,  $\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$  බව පෙන්වන්න.

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$  වන්නේ ඇයිදැයි පැහැදිලි කර, ඒ නිසින්,  $\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ}$  බව පෙන්වන්න.

ඉහත (a)(ii) හි ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්  $\alpha = 30^\circ$  බව අපෝහනය කරන්න.

(c)  $\tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$  සමීකරණය විසඳන්න.

\*\*\*

agaram.lk









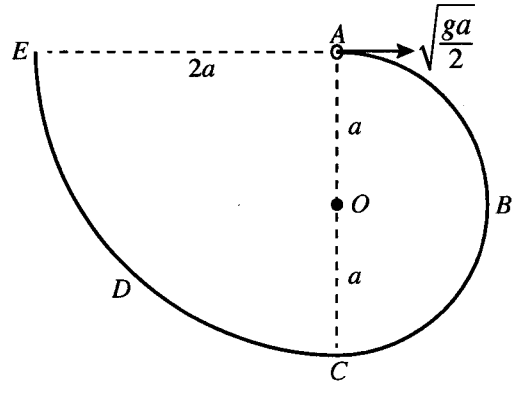








(b) රූපයේ දැක්වෙන පරිදි ABCDE සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තලයක සවි කර ඇත. ABC කොටස O කේන්ද්‍රය හා අරය a වූ අර්ධ වෘත්තයක් වන අතර CDE කොටස කේන්ද්‍රය A හා අරය 2a වූ වෘත්තයකින් හතරෙන් කොටසකි. A හා C ලක්ෂ්‍ය O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටන අතර, AE රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය m වූ කුඩා සුමට P පබළුවක් A හි තබා තිරස්ව  $\sqrt{\frac{ga}{2}}$  ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ චලිතය ආරම්භ කරයි.



$\vec{OA}$  සමග  $\theta$  ( $0 \leq \theta \leq \pi$ ) කෝණයක්  $\vec{OP}$  සාදන විට

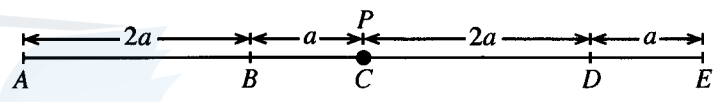
P පබළුවේ v වේගය,  $v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4\cos\theta)$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඉහත පිහිටීමේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයා, P පබළුව  $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$  වූ ලක්ෂ්‍යය පසු කරන විට එය එහි දිශාව වෙනස් කරන බව පෙන්වන්න.

P පබළුව E හි දී කම්බියෙන් ඉවත් වීමට මොහොතකට පෙර එහි ප්‍රවේගය ලියා දක්වා එම මොහොතේ දී කම්බිය මගින් P පබළුව මත ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

13. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි  $AB = 2a, BC = a,$

$CD = 2a$  හා  $DE = a$  වන පරිදි සුමට තිරස් මේසයක් මත A, B, C, D හා E ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙලින් සරල රේඛාවක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග 2a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය kmg වන සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් A ලක්ෂ්‍යයට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වන P අංශුවකට ඇදා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථතා මාපාංකය mg වන තවත් සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් කෙළවරක් E ලක්ෂ්‍යයට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ඇදා ඇත.



P අංශුව C හි අල්වා තබා මුදා හල විට, එය සමතුලිතතාවේ පවතී. k හි අගය සොයන්න. දැන්, P අංශුව D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන තෙක් AP තන්තුව ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. D සිට B දක්වා P හි චලිත සමීකරණය  $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $CP = x$  වේ.  $\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$  සූත්‍රය භාවිතයෙන් P අංශුව B ට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය  $3\sqrt{ga}$  බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු විස්තාරය වේ.

P අංශුව C හි අල්වා තබා මුදා හල විට, එය සමතුලිතතාවේ පවතී. k හි අගය සොයන්න.

දැන්, P අංශුව D ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වන තෙක් AP තන්තුව ඇද නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

D සිට B දක්වා P හි චලිත සමීකරණය  $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $CP = x$  වේ.  $\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$  සූත්‍රය භාවිතයෙන් P අංශුව B ට ළඟා වන විට එහි ප්‍රවේගය  $3\sqrt{ga}$  බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු විස්තාරය වේ.

P අංශුව B වෙත ළඟා වන විට එයට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු P හි ප්‍රවේගය  $\vec{BA}$  දිශාවට  $\sqrt{ag}$  වන පරිදි ය.

B පසු කිරීමෙන් පසු ක්ෂණික නිසලතාවට පත්වන තෙක් P හි චලිත සමීකරණය  $\ddot{y} + \frac{g}{a}y = 0$  මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි  $DP = y$  වේ.

D වලින් පටන් ගත් P අංශුව දෙවන වතාවට B වෙත පැමිණීමට ගන්නා මුළු කාලය  $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$  බව පෙන්වන්න.

Agaram.LK - Keep your dreams alive!

Agaram.LK - Keep your dreams alive!

14. (a) a හා b යනු එකක දෛශික දෙකක් යැයි ගනිමු.

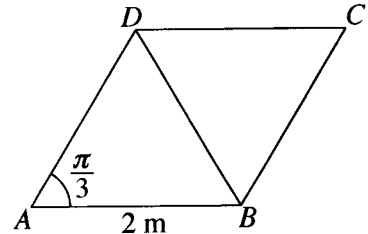
O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂ්‍ය තුනක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින්  $12a, 18b$  හා  $10a + 3b$  වේ.

a හා b ඇසුරෙන්  $\vec{AC}$  හා  $\vec{CB}$  ප්‍රකාශ කරන්න.

A, B හා C එක රේඛීය බව අපෝහනය කර, AC : CB සොයන්න.

$OC = \sqrt{139}$  බව දී ඇත.  $\hat{AOB} = \frac{\pi}{3}$  බව පෙන්වන්න.

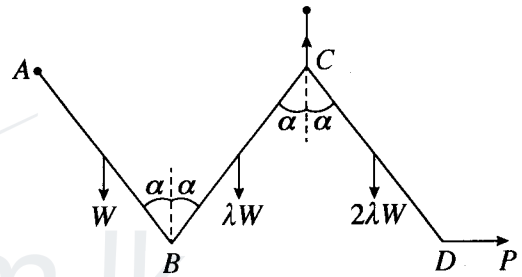
(b) ABCD යනු  $AB = 2$  m හා  $\hat{BAD} = \frac{\pi}{3}$  වූ රෝම්බසයකි. විශාලත්වය 10 N, 2 N, 6 N, P N හා Q N වූ බල පිළිවෙළින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරයි. සම්ප්‍රයුක්ත බලයේ විශාලත්වය 10 N ද එහි දිශාව BC ට සමාන්තර B සිට C අතට වූ දිශාව බව ද දී ඇත. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.



සම්ප්‍රයුක්ත බලයෙහි ක්‍රියා රේඛාව, දික් කරන ලද BA හමුවන ලක්ෂ්‍යයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

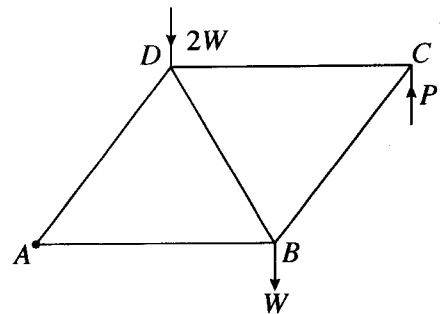
දැන්, සම්ප්‍රයුක්ත බලය A හා C ලක්ෂ්‍ය හරහා යන පරිදි වාමාවර්ත අතට ක්‍රියා කරන ඝූර්ණය M Nm වූ යුග්මයක් ද CB හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දැක්වෙන දිශාවලට ක්‍රියා කරන එක එකෙහි විශාලත්වය F N වූ බල දෙකක් ද පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. F හා M හි අගයන් සොයන්න.

15. (a) එක එකෙහි දිග  $2a$  වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දඬු තුනක් B හා C අන්තවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC හා CD දඬුවල බර පිළිවෙළින් W,  $\lambda W$  හා  $2\lambda W$  වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂ්‍යයකට සුමට ලෙස අසව් කර ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි දඬු සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා C එකම තිරස් මට්ටමේ ද දඬු එක එකක් සිරස සමග  $\alpha$  කෝණයක් සාදන පරිදි ද C සන්ධියට හා C ට සිරස්ව ඉහළින් වූ අවල ලක්ෂ්‍යයකට ඇඳු සැහැල්ලු අවිභ්‍යාස තන්තුවක් මගින් හා D අන්තයට යෙදූ තිරස් P බලයක් මගිනි.  $\lambda = \frac{1}{3}$  බව පෙන්වන්න.



B හි දී CB මගින් AB මත ඇති කරන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචක පිළිවෙළින්  $\frac{W}{3} \tan \alpha$  හා  $\frac{W}{6}$  බව ද පෙන්වන්න.

(b) යාබද රූපයේ දැක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C හා D හි දී නිදහසේ සන්ධි කරන ලද එක එකෙහි දිග  $2a$  වන AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්ලු දඬු මගිනි. B හා D හි දී පිළිවෙළින් W හා 2W වන භාර ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී සුමටව අවල ලක්ෂ්‍යයකට අසව් කර AB තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ C හි දී සිරස්ව ඉහළට යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇසුරෙන් P හි අගය සොයන්න.

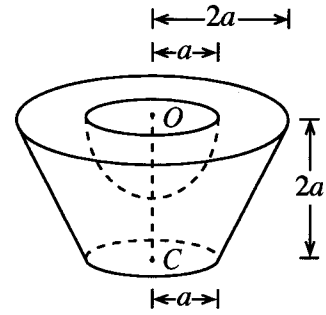


බෝ අංකනය භාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් ඇඳ එ නගින්න, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.

16. (i) පතුලේ අරය  $r$  හා උස  $h$  වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය පතුලේ කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{h}{4}$  දුරකින් ද

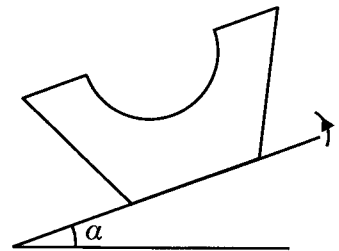
(ii) අරය  $r$  වන ඒකාකාර ඝන අර්ධගෝලයක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය, කේන්ද්‍රයේ සිට  $\frac{3r}{8}$  දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ අරය  $2a$  හා උස  $4a$  වූ ඒකාකාර ඝන සෘජු වෘත්ත කේතුවක ඡේතකයකින් ඝන අර්ධ ගෝලයක් ඉවත් කර සාදා ඇති  $S$  වංගෙඩියක් යාබද රූපයේ දැක්වේ. ඡේතකයේ ඉහළ වෘත්තාකාර මුහුණතේ අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙලින්  $2a$  හා  $O$  වන අතර පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත සඳහා ඒවා පිළිවෙලින්  $a$  හා  $C$  වේ. ඡේතකයේ උස  $2a$  වේ. ඉවත් කළ ඝන අර්ධ ගෝලයෙහි අරය හා කේන්ද්‍රය පිළිවෙලින්  $a$  හා  $O$  වේ.



$S$  වංගෙඩියේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය  $O$  සිට  $\frac{41}{48}a$  දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$S$  වංගෙඩිය, එහි පහළ වෘත්තාකාර මුහුණත, තලය ස්පර්ශ කරමින් රළු තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දැන්, තලය සෙමෙන් උඩු අතට ඇල කරනු ලැබේ. වංගෙඩිය හා තලය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය  $0.9$  වේ.  $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$  නම්, වංගෙඩිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි  $\alpha$  යනු තලයේ තිරසර ආනතිය වේ.



17. (a) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක අයිතමවලින් 50% ක්  $A$  යන්ත්‍රය නිපදවන අතර ඉතිරිය  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලැබේ.  $A$ ,  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවලින් පිළිවෙලින් 1%, 3% හා 2% ක් දෝෂ සහිත බව දැනිමු. සසම්භාවීව තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ සම්භාවිතාව  $0.018$  බව දී ඇත.  $B$  හා  $C$  යන්ත්‍ර මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවල ප්‍රතිශත සොයන්න.

සසම්භාවී ලෙස තෝරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත බව දී ඇති විට, එය  $A$  යන්ත්‍රය මගින් නිපදවන ලද එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(b) එක්තරා කර්මාන්තශාලාවක සේවකයින් 100 දෙනෙකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනිත්තුවලින්) පහත වගුවේ දී ඇත:

ගනු ලබන කාලය	සේවකයින් ගණන
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	40
60 – 80	10
80 – 100	10

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න. පසුව, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිටි සියලුම සේවකයින් කර්මාන්තශාලාව ආසන්නයේ පදිංචියට ගොස් ඇත. එයින්, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 0 දක්වා ද 0 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 20 දක්වා ද වෙනස් විය.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

\*\*\*